

Orientaciones para solucionar el ejercicio 2 de la Práctica V

A) Variables:

- T_i : Trabajadores durante el período i .
- C_i : Contrataciones al comienzo del período i .
- D_i : Despidos al comienzo del período i .
- P_{ri} : Producción en jornada regular en el período i .
- P_{ei} : Producción en horas extras en el período i .
- P_{si} : Producción subcontratada en el período i .

B) Parámetros (datos del problema):

- Necesidades de producción del período i : NP_i .
- Días productivos del período i : d_i .
- Horas estándar por trabajador y día: 8.
- Horas estándar por unidad de familia: 1,5.
- Plantilla fija: 50.
- Número máximo de trabajadores por período: 150.
- Coste por h.e. en jornada regular: $C_r = 1.000$ u.m.
- Coste por h.e. en tiempo extra: $C_e = 1.500$ u.m.
- Coste por unidad subcontratada: $C_s = 2.500$ u.m.
- Coste de contratación unitario: $C_c = 100.000$ u.m.
- Coste de despido unitario: $C_d = 150.000$ u.m.
- Coste unitario de posesión: $C_p = 200$ u.m.

C) Restricciones:

a) De mano de obra:

- Para cada período, i , debe cumplirse que el **número de trabajadores** ha de ser igual a los del período anterior ($i - 1$) más las contrataciones y menos los despidos del período i , es decir, $T_i = T_{i-1} + C_i - D_i$, o, lo que es lo mismo:

$$T_i - T_{i-1} - C_i + D_i = 0 \quad [1]$$

- El **número de trabajadores** en cualquier período será como mínimo igual a la plantilla fija (50) y como máximo igual al límite derivado de la capacidad de los equipos (150):

$$T_i \geq 50 \quad [2] \quad T_i \leq 150 \quad [3]$$

b) De producción:

- La **producción regular** de un período, i , será igual al número de horas que puedan desarrollar en jornada regular dividido por las horas estándar requeridas para

la obtención de una unidad: $P_{ri} = T_i$ (trabajadores) $\cdot d_i$ (días) $\cdot 8$ (h.e./día)/1,5 (h.e./un), es decir:

$$P_{ri} - 8 \cdot T_i \cdot d_i / 1,5 = 0 \quad [4]$$

El planteamiento de la restricción [4] no permite horas ociosas; si se deseara admitir dicha posibilidad habría que cambiar el signo = por \leq .

- La **producción en horas extras** de cada período, i , no debe superar el 10 por 100 de la producción regular durante el mismo, o sea, $P_{ei} \leq 0,1 P_{ri}$:

$$P_{ei} - 0,1 P_{ri} \leq 0 \quad [5]$$

c) De inventario:

- El **inventario final** de un período, i , debe ser igual al inventario final del período anterior, $i - 1$, más la producción regular en i , P_{ri} , más la producción en horas extras, P_{ei} , más la producción subcontratada, P_{si} , menos las necesidades de producción del período NP_i , es decir: $I_i = I_{i-1} + P_{ri} + P_{ei} + P_{si} - NP_i$, o, lo que es igual:

$$I_{i-1} + P_{ri} + P_{ei} + P_{si} - I_i = NP_i \quad [6]$$

- El **inventario final del último período** debe ser nulo:

$$I_{12} = 0 \quad [7]$$

Dado que tenemos 6 variables y 6 restricciones por período ([1] a [6]), además de la [7], nos encontramos ante un caso de 72 variables y 73 restricciones, a las que hay que añadir las de no negatividad, que implican que todas las variables han de ser mayor o igual que cero.

d) Función objetivo, Z:

Se tratará de minimizar el coste total, compuesto por la suma de los costes por período de la mano de obra regular, producción (extra y subcontratada), contrataciones y despidos y posesión de inventarios. La función objetivo [8] muestra los costes en el orden mencionado (ver las Variables (A) y los Parámetros (B)):

$$Z_{\min} = \sum_1^{12} \left[T_i \times d_i \times 8C_r + P_{ei} \times 1,5 \times C_e + P_{si} \times C_s + C_i \times C_c + D_i \times C_d + \frac{I_i + I_{i-1}}{2} \times C_p \right]$$

sustituyendo el valor de los parámetros de coste expresados en miles de u.m. (ver B) tendremos:

$$Z_{\min} = \sum_1^{12} [8T_i \times d_i + 2,25P_{ei} + 2,5P_{si} + 100C_i + 150D_i + 0,1I_i + 0,1I_{i-1}] \quad [8]$$